

**Thema Nr. 3**  
(Aufabengruppe)

Es sind alle Aufgaben dieser Aufabengruppe zu bearbeiten!

**Aufgabe 1:**

$$\text{Sei } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie eine Basis  $\mathcal{B}$  des Lösungsraums des homogenen linearen Gleichungssystems  $A \cdot x = 0$ .
- b) Geben Sie die allgemeine Lösung des linearen Gleichungssystems  $A \cdot x = b$  an.
- c) Ergänzen Sie  $\mathcal{B}$  zu einer Basis des Vektorraums  $\mathbb{R}^5$ .

**Aufgabe 2:**

Sei  $E \subset \mathbb{R}^3$  eine Ebene durch den Nullpunkt und  $(v_1, v_2)$  eine Basis von  $E$  mit  $\|v_1\| = \|v_2\|$ . Der Vektor  $v_3 \in \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$  stehe senkrecht auf  $E$ . Zeigen Sie:

- a) Die Vektoren  $v_1 + v_2$  und  $v_1 - v_2$  stehen aufeinander senkrecht.
- b) Es gibt eine Drehung  $\delta : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $\delta(v_1) = v_2, \delta(v_2) = v_1$  und  $\delta(v_3) = -v_3$ .