

Aufgabe 1:

Erläutern Sie den Begriff „quadratische Funktion“!

Eine quadratische Funktion ist eine Abbildung $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \rightarrow ax^2 + bx + c$ mit reellen Zahlen $a \neq 0, b$ und c den Parametern. Der Graph einer quadratischen Funktion ist die Parabel.

Der Parameter a gibt dabei die „Öffnung“ der Parabel an:

- Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben geöffnet.
- Für $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet.
- Für $|a| > 1$ ist die Parabel gestreckt.
- Für $|a| < 1$ ist die Parabel gestaucht.

Der Parameter c verschiebt die Parabel in y -Richtung. Der Parameter b verschiebt die Parabel sowohl in x , als auch in y -Richtung.

Die allgemeine quadratische Funktion lässt sich in die Scheitelpunktsform überführen, mittels:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \cdot \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(c - \frac{b^2}{4a} \right) \end{aligned}$$

Durch die Überführung der allgemeinen quadratischen Funktionsgleichung in die Scheitelpunktsform mit Hilfe der quadratischen Ergänzung sind die Koordinaten des Scheitels leicht abzulesen $S \left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a} \right)$