

Aufgabe 1

Zunächst soll der Begriff „quadratische Funktion“ definiert werden: Eine Funktion $y = ax^2 + bx + c$ wird quadratische Funktion genannt, mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Die dazugehörigen Graphen nennt man Parabel.

Die Form $y = ax^2 + bx + c$ nennt man Normalform einer quadratischen Funktion. Durch quadratische Ergänzung kann die Normalform in die Scheitelpunktform $y = a(x - x_s)^2 + y_s$ überführt werden. Der Vorteil hier ist, dass der Scheitelpunkt S mit $S(x_s / y_s)$ sofort abgelesen werden kann.

Quadr. Ergänzung:

$$ax^2 + bx + c =$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{ab^2}{4a^2} + c\right)$$

$$\Rightarrow S\left(-\frac{b}{2a} \mid -\frac{b^2}{4a} + c\right)$$

$$\text{mit } -\frac{b}{2a} = x_s \mid y_s = -\frac{b^2}{4a} + c$$

Bsp.:

$$2x^2 + 6x + 3 =$$

$$= 2\left(x^2 + 3x + \left(1,5\right)^2 - \left(1,5\right)^2\right) + 3 =$$

$$= 2\left(x + 1,5\right)^2 - 4,5 + 3$$

$$= 2\left(x + 1,5\right)^2 - 1,5$$

$$\Rightarrow S(-1,5 \mid -1,5)$$

Die Parabelgleichung der Form $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ ergibt sich durch die Anwendung des Satzes von Vieta. mit $x = x_1$ und $x = x_2$ sind die beiden x -Werte der Nullstellen (NS) der Parabel gemeint, mit $NS_1(x_1 | 0)$ und $NS_2(x_2 | 0)$. Die Nullstellen der Parabel sind die Schnittstellen der Parabel mit der x -Achse.