Aufgabe 1.)

a) Eine natürliche Zahl a heißt Teiler einer natürlichen Zahl b, wenn es ein $k \in \mathbb{N}_0$ gibt mit $a \cdot k = b$.

Man schreibt $\underbrace{a/b}_{(a \text{ teilt } b)}$, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}_0$.

Eigenschaften der Teilerrelation:

- $1/a \quad \forall a \in \mathbb{N}_0$

  Beweis: $1/a$

  (1) $\exists k \in \mathbb{N}_0 : 1 \cdot k = a$ (Definition „Teiler")

  (2) $1 \cdot a = a$ (elementares Rechnen)

  (3) $k = a$ (a), (2)

  (4) $k \in \mathbb{N}_0$, da $a \in \mathbb{N}_0$ $\overset{3}{\Rightarrow}$ Behauptung

- $a/a \quad \forall a \in \mathbb{N}$

  Beweis: a/a

  (1) $\exists k \in \mathbb{N}_0 : a \cdot k = a$ (?Definition „Teiler")

  (2) $a \cdot 1 = a$ (elementares Rechnen)

  (3) $k = 1$ ((1), (2))

  (4) $k \in \mathbb{N}_0$ (3)

  $\Rightarrow$ Behauptung

  Die Teiler 1 und a werden triviale Teiler der natürlich Zahl a genannt. (*) s. Seite 2

- $a/0 \quad \forall a \in \mathbb{N}$

  Beweis: $a/0$

  (1) $\exists k \in \mathbb{N}_0 : a \cdot k = 0$ (Definition „Teiler")

  (2) $a \cdot 0 = 0$ (elementares Rechnen)