

Aufgabe 1.)

- a) Eine natürliche Zahl a heißt Teiler einer natürlichen Zahl b , wenn es ein $k \in \mathbb{N}_0$ gibt mit $a \cdot k = b$.

Man schreibt $\underbrace{a \mid b}_{(a \text{ teilt } b)}$, $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}_0$.

Eigenschaften der Teilerrelation:

- $1 \mid a \quad \forall a \in \mathbb{N}_0$

Beweis: $1 \mid a$

(1) $\exists k \in \mathbb{N}_0: 1 \cdot k = a$ (Definition „Teiler“)

(2) $1 \cdot a = a$ (elementares Rechnen)

(3) $k = a$ (1), (2)

(4) $k \in \mathbb{N}_0$, da $a \in \mathbb{N}_0 \stackrel{3}{\Rightarrow}$ Behauptung

- $a \mid a \quad \forall a \in \mathbb{N}$

Beweis: $a \mid a$

(1) $\exists k \in \mathbb{N}_0: a \cdot k = a$ (Definition „Teiler“)

(2) $a \cdot 1 = a$ (elementares Rechnen)

(3) $k = 1$ ((1), (2))

(4) $k \in \mathbb{N}_0 \Rightarrow$ Behauptung (3)

Die Teiler 1 und a werden triviale Teiler der natürlichen Zahl a genannt. (*) s. Seite 2

- $a \mid 0 \quad \forall a \in \mathbb{N}$

Beweis: $a \mid 0$

(1) $\exists k \in \mathbb{N}_0: a \cdot k = 0$ (Definition „Teiler“)

(2) $a \cdot 0 = 0$ (elementares Rechnen)

